8660683644

Geometric Progression (GP) :-

* $4 \xrightarrow{\times 3} 12 \xrightarrow{\times 3} 36 \xrightarrow{\times 3} 108 \xrightarrow{\times 3} 324 \xrightarrow{\times 3} 972$

* $1024 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 512 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 256 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 128 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 64 \xrightarrow{\times \frac{1}{2}} 32$

$$a \xrightarrow{\times r} ar \xrightarrow{\times r} ar^2 \xrightarrow{\times r} ar^3 \xrightarrow{\times r} ar^4, \quad \text{-----} \quad ar^{n-1}$$

First term $= a$

Common Ratio $= r$

$$\boxed{G_n = ar^{n-1}}$$

* Sum of GP :-

$$S_n = \frac{a\left[1-r^n\right]}{1-r}, \quad \text{when } r < 1$$

$$S_n = \frac{a\left[r^n-1\right]}{r-1}, \quad \text{when } r > 1.$$

AASHISH ARORA

Q1: Five positive numbers are in GP. If the first number is 2 and the last number is 162, what is the middle number?
पांच धनात्मक संख्याएँ GP में हैं। यदि पहली संख्या 2 है और अंतिम संख्या 162 है, तो बीच वाली संख्या क्या है?

(A) 9 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) None of these

$a \quad ar \quad ar^2 \quad ar^3 \quad ar^4$

↑ Ist ↑ Last

$(\text{Ist}) \times (\text{Last}) = (\text{Middle})^2$

$2 \times 162 = (\text{Middle})^2$

$324 = (\text{Middle})^2$

Middle Term $= 18$

Q2: Three numbers are inserted between 4 and 324 so that all five numbers form a GP. What is the first inserted number?
4 और 324 के बीच तीन संख्याएँ इस प्रकार डाली जाती हैं कि ये सभी पाँच संख्याएँ मिलकर एक GP (गुणोत्तर श्रेणी) बनाती हैं। डाली गई पहली संख्या कौन-सी है?

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16

$G_1 \quad 4 \xrightarrow{\times r} \boxed{12} \xrightarrow{\times r} 36 \xrightarrow{\times r} 108 \xrightarrow{\times r} 324 \quad G_5$

$(4) \times (r^4) = 324$

$r^4 = 81$

$r^4 = 3^4$

$r = 3$

AASHISH ARORA

Q3: Three positive numbers are in GP. Their sum is 21 and their product is 216. What is the smallest number?
तीन धनात्मक संख्याएँ GP में हैं। उनका योग 21 है और उनका गुणनफल 216 है। सबसे छोटी संख्या कौन सी है?

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) None of these

$a \quad ar \quad ar^2$

$(a)(ar)(ar^2) = 216$

$a^3r^3 = 216$

$(ar)^3 = 216$

$ar = 6$

$6/r \xrightarrow{\times r} 6 \xrightarrow{\times r} 6r$

$* \quad \frac{6}{r} + 6 + 6r = 21$

$6\left\{\frac{1}{r} + r\right\} = 15$

$2r^2 + 2 = 5r$

$2r^2 - 5r + 2 = 0$

$r = 2, \frac{1}{2}$

Terms, $\boxed{12, 6, 3}$

Q4: In a GP, the first term is 2 and the common ratio is 3. Which term is 486?
एक GP में, पहला पद 2 है और सार्व अनुपात 3 है। इसका कौन-सा पद 486 है?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

$a = 2, \quad r = 3$

$G_n = ar^{n-1}$

$486 = (2)(3)^{n-1}$

$243 = (3)^{n-1}$

$3^5 = 3^{n-1}$

$n - 1 = 5$

$\boxed{n = 6}$

Given,
$a = 2$
$r = 3$

AASHISH ARORA

Q5: The first term of a GP is 3 and the common ratio is 2. What is the sum of the first 5 terms?
एक GP का पहला पद 3 है और सार्व अनुपात 2 है। इसके पहले 5 पदों का योग क्या है?

(A) 63 (B) 75 (C) 81 (D) 87 (E) 93

$$S_n = \frac{a[r^n - 1]}{r-1}$$

Given,
$a = 3$
$r = 2$
$n = 5$

$\{r > 1\}$

$$S_n = \frac{3[2^5 - 1]}{2-1}$$

$$S_5 = \frac{3(32-1)}{1}$$

$$S_5 = 31(3)$$

$$S_5 = 93$$

Q6: The first term of a GP is 320 and the common ratio is 1/2. What is the sum of the first 6 terms?
एक GP का पहला पद 320 है और सार्व अनुपात 1/2 है। इसके पहले 6 पदों का योग क्या है?

(A) 620 (B) 630 (C) 640 (D) 650 (E) 660

$$S_n = \frac{a[1 - r^n]}{1-r}$$

Given,
$a = 320$
$n = 6$
$r = \frac{1}{2}$, $r < 1$

$$S_6 = \frac{320\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^6\right]}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)}$$

$$S_6 = \frac{320\left[1 - \frac{1}{64}\right]}{\frac{1}{2}}$$

$$S_6 = \overset{5}{\cancel{320}} \times \frac{63}{\underset{1}{\cancel{64}}} \times 2$$

$$\boxed{S_6 = 630}$$

AASHISH ARORA

8660683644

Q7: The sum of the first n terms of the GP 1, 3, 9, ... is 364. Find n.
GP 1, 3, 9, ... के पहले n पदों का योग 364 है। n ज्ञात कीजिए।
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

$$S_n = \frac{a[r^n - 1]}{r-1}$$

Given,
$a = 1$
$r = 3$
$n = ?$
$S_n = 364$

$$364 = \frac{1[3^n - 1]}{3-1}$$

$$728 = 3^n - 1$$

$$729 = 3^n$$

$$3^6 = 3^n$$

$$\boxed{n = 6}$$

Q8: Find the sum to infinity of the GP 64, 32, 16, ...
GP 64, 32, 16, ... का अनंत तक योग ज्ञात कीजिए।
(A) 96 (B) 108 (C) 120 (D) 144 (E) 128

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

Sum to infinity is possible to find only when $r < 1$

$$S_\infty = \frac{64}{1-\frac{1}{2}}$$

$$S_\infty = \frac{64}{1/2} \Rightarrow \boxed{S_\infty = 128}$$

Q9: The first term of a GP is 96 and the common ratio is 1/3. Find the sum to infinity.
एक GP का पहला पद 96 है और सार्व अनुपात 1/3 है। अनंत तक इसका योग ज्ञात कीजिए।
(A) 144 (B) 126 (C) 132 (D) 150 (E) 156

$$S_\infty = \frac{a}{1-r}$$

$a = 96$
$r = \frac{1}{3}$

$$S_\infty = \frac{96}{1-\frac{1}{3}}$$

$$S_\infty = \frac{96}{2/3} \Rightarrow 96 \times \frac{3}{2} \Rightarrow \boxed{144}$$

AASHISH ARORA

Q10: In a positive GP, the sum of the first 4 terms is 30 and the sum of the next 4 terms is 480. What is the common ratio?

एक धनात्मक GP में, पहले 4 पदों का योग 30 है और अगले 4 पदों का योग 480 है। इसका सार्व अनुपात क्या है?

(A) 1 (B) 3 (C) 2 (D) 4 (E) 5

$(a \quad ar^2 \quad ar^3 \quad ar^4)(ar^5 \quad ar^6 \quad ar^7 \quad ar^8)$

$a[1 + r^2 + r^3 + r^4]$ $\xrightarrow{\times r^4}$ $ar^4[1 + r^2 + r^3 + r^4]$

Sum $_{1-4}$ Sum $_{5-8}$

$30 \times r^4 = 480$

$r^4 = 16$

$r^4 = 2^4 = 16$

$\boxed{r = 2}$

Q11: In a positive GP, the sum of the 1st and 3rd terms is 20, and the sum of the 2nd and 4th terms is 40. What is the 1st term?

एक धनात्मक GP में, पहले और तीसरे पद का योग 20 है, और दूसरे और चौथे पद का योग 40 है। पहला पद क्या है?

(A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 10 (E) 12

$a \quad ar \quad ar^2 \quad ar^3$

$\frac{a + ar^2}{ar + ar^3} \Rightarrow \frac{\cancel{a}[1 + \cancel{r^2}]}{\cancel{a}r[1 + \cancel{r^2}]} = \frac{20}{40}$

$\frac{1}{r} = \frac{1}{2}$ $\boxed{r = 2}$

Put value of $(r) \rightarrow$

$a[1 + r^2] = 20$

$a[1 + 4] = 20$

$\boxed{a = 4}$

AASHISH ARORA